СВОЙСТВА НА БИНОМНОТО РАЗПРЕДЕЛЕНИЕ

МЕТОДИЧЕСКА РАЗРАБОТКА НА УРОК
по
ВЕРОЯТНОСТИ И АНАЛИЗ НА ДАННИ - 12 КЛАС

Разработил: Таня Атанасова Георгиева
старши учител по математика в ППМГ - ЛОВЕЧ

I. ТЕМА НА УРОКА : Свойства на биномното разпределение

II. ВИД НА УРОКА : Комбиниран

III. ЦЕЛИ НА УРОКА:

1. ОБРАЗОВАТЕЛНИ:

- да се запознаят учениците със свойствата (числовите характеристики) на биномно разпределена случайна величина и да могат да ги прилагат при решаването на конкретни задачи, описващи реални ситуации;

- да могат да намират най-вероятния брой на успехите и съответно най-вероятната стойност на биномното разпределение;

- да затвърдят знанията си за това кога опитите се подчиняват на схема на Бернули, случайната величина е биномно разпределена и кои са параметрите ѝ ***n*** и ***p***.

2. ВЪЗПИТАТЕЛНИ:

Да се съдейства за формиране на определени качества у учениците

- усет за обосновано мислене;
- преодоляване на трудности;
- чувство за отговорност.

IV. ХОД НА УРОКА:

В началото на часа учениците припомнят кога дадени опити се подчиняват на схемата на Бернули и формулата $P_n(k)$ за k успешни опита.

Чрез беседа се актуализират знанията от предходните часове и се прави преход към урока.

Заглавие на урока:

Свойства на биномното разпределение

1. Математическо очакване, дисперсия и стандартно отклонение

Теорема: Ако случайната величина X има биномно разпределение с параметри n и p, то

$EX = n.p$ $\qquad DX = n.p.q$ $\qquad \sigma = \sqrt{DX}$

1 зад. Намерете математическото очакване, дисперсията и стандартното отклонение на случайната величина X, ако:

а) X ∈ Bi (200; 0,01) Решение: $EX = n.p = 200 \,.\, 0{,}01 = 2$

$DX = n.p.q = 200 \,.\, 0{,}01.0{,}99 = 1{,}98$

$\sigma = \sqrt{DX} = \sqrt{1{,}98} \approx 1{,}4$

б) X ∈ Bi $(5, \frac{2}{3})$ Решение: $EX = 5.\frac{2}{3} = \frac{10}{3} \approx 3{,}33$

$DX = 5.\frac{2}{3}.\frac{1}{3} = \frac{10}{9} \approx 1{,}11$

$\sigma = \sqrt{DX} = \sqrt{1{,}11} \approx 1{,}05$

2. Най-вероятна стойност на биномно разпределение

Да разгледаме биномните вероятности. Те имат различни стойности при различни n и p, но се забелязва една обща тенденция: първоначално нарастват, след което намаляват. Интерес представлява най-голямата стойност на биномните вероятности, тъй като тя показва, че съответната стойност на случайната величина се сбъдва с най-голяма вероятност.

Показвам на екрана решени зад. от предходния час... и насочвам вниманието на учениците към най-вероятната стойност на биномното разпределение.

Твърдение: Най-голямата стойност $P_n(m)$ на биномните вероятности се получава при **m** или $\mathbf{m_1}$ **и** $\mathbf{m_2}$ по следния начин:

- ако **(n+1).p** не е цяло число, то **m** = [(n+1).p]
- ако **(n+1).p** е цяло число, то $\begin{cases} \mathbf{m_1} = (n+1).p \\ \text{и} \\ \mathbf{m_2} = (n+1).p - 1 \end{cases}$

Въпрос: Да виждате нещо необичайно в написаното?

Отг: Да, [ ]

Въпрос: От часовете по информатика или ИТ (в Excel) спомняте ли си функция, която връща цялата част на подаденото ѝ реално число?

Отг: Да – ф-ята **int(x)**, $x \in R$

Тук ролята на тази функция изпълнват [ ].

[5,2] = 5; [2,8] = 2

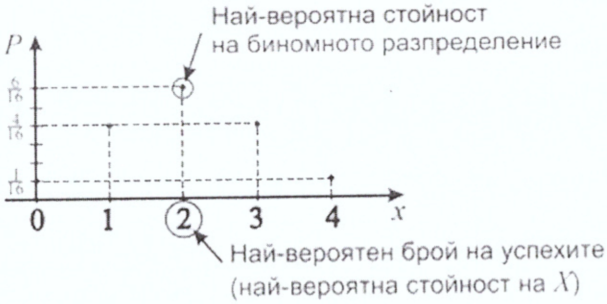
Числото **m** се нарича най-вероятен брой на успехите, а $P_n(m)$ е най-вероятна стойност на биномното разпределение.

Тъй като m = [(n+1). p] = [np + p] и 0≤p ≤ 1 , то най-вероятният брой m на успехите се колебае около числото np, което е средната стойност (математическото очакване) на биномно разпределената случайна величина.

Показвам на екрана схемата

Пример. Нека $X \in Bi\,(4.\frac{1}{2})$

$m = [(n+1)p] = \left[5.\frac{1}{2}\right] = [2,5] = 2$



2 зад. Намерете най-вероятния брой на успехите от решените зад. 5 и 6 от миналия час. (Показвам решенията на екрана)

5 зад. X ∈ Bi $(4; \frac{1}{5})$

$(4+1).\frac{1}{5} = 1$ – цяло

$\Longrightarrow$ $\mathbf{m_1}$ = 1 или $\mathbf{m_2}$ = 1 – 1 = 0

X	0	1	2	3	4
P	256/625	256/625	96/625	16/625	1/625

6 зад. X ∈ Bi $(4; \frac{1}{2})$

$(4+1).\frac{1}{2} = 2{,}5$ – не е цяло

$\Longrightarrow$ **m** = [2,8] = 2

X	0	1	2	3	4
P	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

3 зад. Вероятността ученик да закъснее за училище в един ден е 0,03. Колко е най-вероятният брой закъснения на ученика за 90 дни?

Решение: X ∈ Bi (20; 0,03)

(90+1).0,03 = 2,73

m = [2,73] = **2**

4 зад. Вероятността да бъде произведена дефектна крушка е постоянно число, равно на 0,02. Случайната величина X е равна на броя на дефектните крушки измежду 12. Да се намери:

а) математическото очакване на X;

б) дисперсията на X; в) най-вероятната стойност на X.

Решение: Имаме $X \in Bi(12; 0,02)$

$\Rightarrow EX = np = 12.0,02 = 0,24$

$DX = npq = 12.0,02.0,98 \approx 0,24$

Най-вероятната стойност е $m = [(n+1)p] = [13.0,02] = [0,26] = 0$

5 зад. Търговец на балони твърди, че 95% от балоните му са качествени. За детско парти са купени двадесет балона. Какъв е най-вероятният брой балони, които няма да се спукат?

Решение: X ∈ Bi (20; 0,95)

(20+1).0,95 = 19,95

[19,95] = **19**

// (резервна) **6 зад.** При транспортиране на изделия вероятността за повреда на едно изделие е 0,02. Какъв е най-вероятният брой повредени изделия при транспортиране на 70 изделия?

Решение: X ∈ Bi (70; 0,02)

(70+1).0,02 = 1,42

[1,42] = **1**

В края на часа обобщаваме наученото и правя анализ на работата на учениците в часа.

Задавам домашна работа: от учебника стр. 139 /зад. 4, 5, 6 и 7 реш.